PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

LÓGICA; CONJUNTOS Y ANÁLISIS COMBINATORIO

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS

01. Si el esquema $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim r \rightarrow q)$ resulta falsa, determine el valor de verdad de:

- $(r \wedge q) \leftrightarrow (p \vee s)$
- $(\sim p \vee q) \rightarrow (r \vee t)$
- $[(p \vee q \vee r) \wedge t] \vee \sim r$

A) FVV B) FVF C) VFF
D) VFV E) FFF

Resolución:

$$\underbrace{\underbrace{(\underset{V}{p} \wedge \underset{F}{\sim q})}_{V} \rightarrow \underbrace{(\underset{V}{\sim r} \rightarrow \underset{F}{q})}_{F}}_{F}$$

Luego
$p:(V)$
$q:(F)$
$r:(F)$

I. $\underbrace{\underbrace{(\underset{F}{r} \wedge \underset{F}{q})}_{F} \leftrightarrow \underbrace{(\underset{V}{p} \vee s)}_{V}}_{F}$

II $\underbrace{\underbrace{(\underset{F}{\sim p} \vee \underset{F}{q})}_{F} \rightarrow \underbrace{(\underset{F}{r} \vee t)}_{t}}_{V}$

III $\underbrace{\underbrace{\underbrace{[\underbrace{(\underset{V}{p} \vee \underset{F}{q} \vee \underset{F}{r})}_{V} \wedge t]}_{t} \vee \underset{V}{\sim r}}_{V}}$

RPTA: FVV

03. Se define el operador lógico **O** mediante la siguiente tabla:

p	q	p **O** q
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Si [(p **O** q) **O**r] **O** s es falso, entonces determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $p \rightarrow r$

II. $s \leftrightarrow r$

III. $\sim p \leftrightarrow q$

A) VVV B) VVF C) VFV

D) FVV E) FFV

Resolución:

$[(p \bigcirc q) \bigcirc r] \bigcirc s \rightarrow$

F V V V

F

F

F

p : (F)
q : (V)
r : (V)
s : (V)

I $p \rightarrow r$

F V

V

II $s \leftrightarrow r$

V V

V

III $\sim p \leftrightarrow q$

V V

V

RPTA: VVV

05. Determine si los siguientes esquemas son tautológicos o contradictorios:

I) $(r \wedge s) \wedge (r \rightarrow \sim s)$

II) $[(\sim p \vee q) \rightarrow p] \leftrightarrow \sim p$

III) $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \vee q) \wedge p]$

A) CTT B) CCT C) CTC

D) CCC E) TCC

Resolución:

I $(r \wedge s) \wedge (r \rightarrow \sim s)$

$r \rightarrow \sim s$: $\sim r \vee \sim s$, $\sim(r \wedge s)$

F

Es una contradicción

II $[(\sim p \vee q) \rightarrow p] \leftrightarrow \sim p$

$(\sim p \vee q) \rightarrow p$: $(p \wedge \sim q) \vee p$

p

III $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(p \leftrightarrow \sim q) \wedge (p \vee q) \wedge p]$

$F \rightarrow$ Es una contradicción

$p \rightarrow q$: $\sim p \vee q$, $p \wedge \sim q$

$(p \leftrightarrow \sim q)$: $((p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q))$

$(p \vee q) \wedge p$: p

$((p \wedge \sim q) \wedge p) \vee ((\sim p \wedge q) \wedge p)$

$(p \wedge \sim q) \vee F$

$(p \wedge \sim q)$

$V \rightarrow$ Es una tautología

RPTA: CCT

07. Se define el operador "*" mediante

$p * q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \vee \sim p)$ simplificar la siguiente formula lógica

$[(\sim p * q) \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow (q * p)]$

A) p B) q C) ~ p

D) V E) F

$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$

Resolución:

$$p * q \equiv \underbrace{\underbrace{(p \wedge \sim q) \vee (q \vee p)}_{V} \vee \sim p}_{V}$$

$p * q \equiv V$

Luego

$$\underbrace{\underbrace{[\underbrace{(\sim p * q)}_{V} \rightarrow q]}_{V} \rightarrow \underbrace{[p \rightarrow \underbrace{(q * p)}_{V}]}_{V}}_{V}$$

09. Si A, B y C son conjuntos contenidos en el universo U.
Determinar la veracidad (V) o falsedad (F) de los enunciados siguientes.

I. $A \subset B$ entonces $B^c \subset A^c$

II. $A \subset B$ entonces $A \in P(B)$

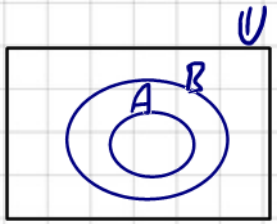
III. $P(A \cup B) \subset [P(A) \cup P(B)]$

A) VFV B) VVV C) FFF

D) VVF E) FFV

Resolución:

I (V)

Si $A \subset B \rightarrow$ 

$\rightarrow B^c \subset A^c$ ✓

II (V)

Si $A \subset B \rightarrow A \in P(B)$ ✓

III (F)

Ejemplo

Sea $A = \{a\} \rightarrow P(A) = \{\emptyset; \{a\}\}$

$B = \{b\} \rightarrow P(B) = \{\emptyset; \{b\}\}$

Obs $P(A) \cup P(B) = \{\emptyset; \{a\}; \{b\}\}$

* $A \cup B = \{a; b\}$

$P(A \cup B) = \{\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{a; b\}\}$

Luego $P(A \cup B) \subset [P(A) \cup P(B)]$ (F)

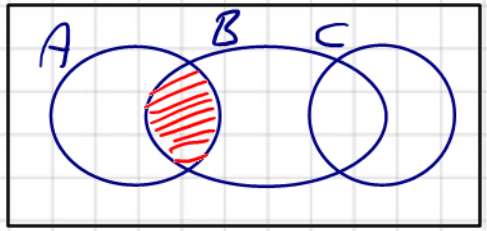
Rpta VVF

11. Si A, B y C son conjuntos contenidos en el universo U y $A \cap C = \phi$, entonces al simplificar la operación $\{[(C \cup B) \cap A] \cup C^c\} \cap B$, se obtiene:

A) $A \backslash B$ B) B C) $C \cap A$

D) $B \cap C^c$ E) $A^c \cap B$

Resolución:



Simplificando

$$\underbrace{\{\underbrace{[(C \cup B) \cap A]}_{A \cap B} \cup C^c\}}_{C^c} \cap B$$

$$\cap B = B \cap C^c$$

13. Sean A, B y D tres conjuntos que cumplen las siguientes condiciones: $A \subset D$; $B \subset D$

$n(D) = 130$

$n(A \cup B) = 90$

$n(A) - n(B) = 40$

$n(A \cap B) = 30$

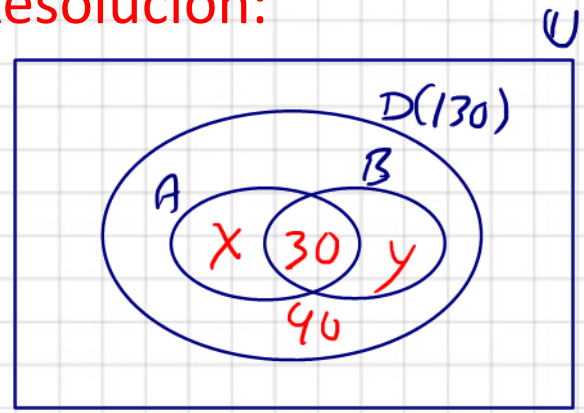
Calcule el cardinal del conjunto $(D \setminus B)$.

A) 70 B) 80 C) 85

D) 90 E) 100

$(x + \cancel{30}) - (\cancel{30} + y) = 40 \Rightarrow x - y = 40$

Resolución:



$* \; n(A \cup B) = 90 \rightarrow x + y = 60$

$* \; n(A) - n(B) = 40 \Rightarrow x - y = 40$

$x = 50$

$y = 10$

Piden

$n(D \setminus B) = n(D - B) = x + 40 = 50 + 40 = 90$

15. En un salón existen 50 personas cuyas edades varían entre los 17 y 60 años inclusive, además se sabe que:

> El 38% no tienen ni 17, ni 18 años.

> El 42% son mujeres, entre las cuales 7 tienen 18 años.

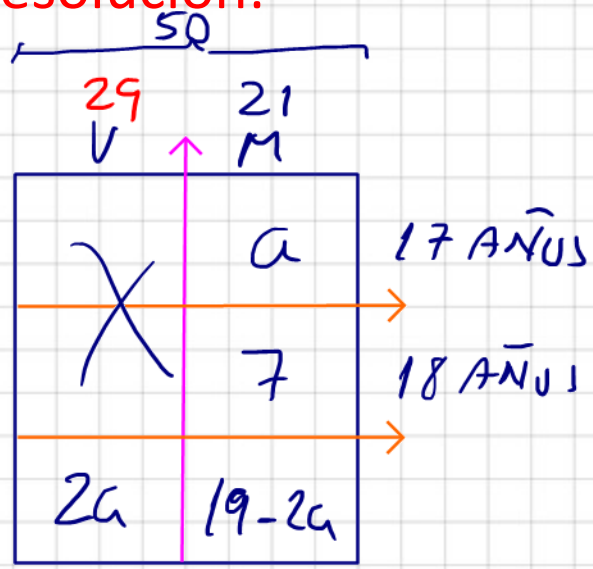
> El número de varones que no tienen 17 ni 18 años es el doble del número de mujeres que tienen 17 años de edad.

Determine el número de varones que tienen 17 o 18 años de edad.

A) 10 B) 19 C) 24

D) 30 E) 38

Resolución:



38% · 50 = 19

42% · 50 = 21

Se cumple: $a + 7 + 19 - 2a = 21 \rightarrow a = 5$

También: $x + 2a = 29$

$x + 10 = 29 \rightarrow x = 19$

17. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ordenarse linealmente 4 varones y 2 mujeres para tomarse una foto si las mujeres deben estar en los extremos?

A) 24 B) 48 C) 120
D) 720 E) 96

Resolución:

Varones: V_1; V_2; V_3; V_4
Mujeres: M_1; M_2

$$\underline{M_1}\ \underbrace{\underline{V_1}\ \underline{V_2}\ \underline{V_3}\ \underline{V_4}}\ \underline{M_2}$$

$$\#\text{mon} = 2! \cdot 4! = 2 \times 24 = 48$$

19. En el año 2019, a cada ingresante a la UNI se le asignó un código de la forma:

1	9	n_1	n_2	n_3	n_4	L_i

Donde los n_i son dígitos con $n_1 \neq 0$, $n_4 = 1$ y L_i es: o A o B o C... ó L. El número de alumnos, con diferentes códigos, que se podrían matricular en el periodo académico 2019-1 sería:

A) 8000 B) 12000 C) 8748
D) 10800 E) 10000

Resolución:

1	9	n_1	n_2	n_3	n_4	L_i

$\neq 0$

#alumnos = $9 \times 10 \times 10 \times 1 \times 12$

#alumnos = 10800

Obs $\underbrace{A; B; C; D; E; F; G; H; I; J; K; L}_{12 \text{ letras}}$

21. Se extraen dos cartas al azar sucesivamente y sin reposición de una baraja de 52 cartas. ¿Cuántas extracciones distintas hay, en las cuales la primera carta sea un as o rey y la segunda ni as ni rey?

A) 240 B) 288 C) 324

D) 352 E) 372

$13 \times 4 = 52$

$52 - 8 = 44$

Resolución:

Se extraen dos cartas (uno por uno sin reposición)

4 ASES
4 DOS
4 TRES
⋮
4 REYES

Sea As o Rey

$\#mar = 8 \times 44 = 352$

23. De un grupo de 4 varones y 6 mujeres, ¿cuántos grupos mixtos de vóley pueden formarse, en los cuales la mayoría de los 6 integrantes sean mujeres?

A) 194 B) 180 C) 170

D) 114 E) 100

$C_5^6 = C_1^6 = 6$

$C_2^4 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

$C_4^6 = C_2^6 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

Resolución:

Total: 4V y 6M

Equipo: 6 $\begin{cases} 1^{\circ}F: 1V \text{ y } 5M \\ 2^{\circ}F: 2V \text{ y } 4M \end{cases}$

$\#mcn = C_1^4 C_5^6 + C_2^4 C_4^6$

$= 4 \times 6 + 6 \times 15$

$= 24 + 90$

$\therefore \#mcn = 114$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS

02. Si el valor de verdad de la siguiente proposición compuesta $\sim[(q \wedge \sim r) \rightarrow (q \wedge \sim s)] \rightarrow \sim (p \vee r)$ es falsa. Hallar el valor de verdad de las proposiciones:

i. $p \wedge (q \wedge \sim s)$

II. $\sim r \vee (\sim q \rightarrow p)$

III. $s \wedge (\sim q \vee \sim r)$

A) VVV B) FVV C) FFF

D) FFV E) FVF

Resolución:

$$\underbrace{\sim\underbrace{[\underbrace{(\underset{V}{q} \wedge \underset{F}{\sim r})}_{V} \rightarrow \underbrace{(\underset{V}{q} \wedge \underset{V}{\sim s})}_{F}]}_{F} \rightarrow \underbrace{\sim\underbrace{(\underset{V}{p} \vee \underset{F}{r})}_{V}}_{F}}$$

Obs $p:(V)$; $q:(V)$; $r:(F)$; $s(V)$

i)

ii)

iii)

04. Simplificar:

$$\{[(p \leftrightarrow q) \vee \sim (q \leftrightarrow p)] \wedge (p \vee q)\} \wedge \sim q$$

A) $p \vee q$ B) $p \wedge q$ C) $p \wedge \sim q$

D) $q \wedge \sim p$ E) $q \leftrightarrow p$

$q \leftrightarrow p \equiv p \leftrightarrow q$

$p \vee \sim p \equiv V$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

$p \wedge V \equiv p$

Resolución:

$$\underbrace{\underbrace{\{[(p \leftrightarrow q) \vee \sim \underbrace{(q \leftrightarrow p)}_{p \leftrightarrow q}]}_{V} \wedge \underbrace{(p \vee q)}_{(\sim q \wedge p)}\}}_{\underbrace{\sim q \wedge p}_{p \wedge \sim q}} \wedge \sim q$$

06. Sean las proposiciones:

p: El ómnibus sufrió desperfectos en el camino.

q: Beatriz llega tarde a la universidad.

r: Beatriz viajó en taxi.

Exprese simbólicamente:

"Si el ómnibus sufrió desperfectos en el camino entonces Beatriz llegará tarde a la universidad. Pero, que Beatriz viaje en taxi es necesario para que el ómnibus sufra desperfectos en el camino".

A) $(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (r \rightarrow p)$

B) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)$

C) $(\sim p \rightarrow q) \vee (\sim q \rightarrow r)$

D) $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \vee \sim r)$

E) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

Resolución:

Simbolizando

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

Si $\boxed{}$ entonces $\boxed{}$.

$\boxed{x}$ es necesario porque $\boxed{y}$

$y \rightarrow x$

08. Se define el conjunto $A = \{1; 1; \{1\}; \phi\}$.

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. P(A) tiene 4 elementos

II. $\{\phi\} \in P(A)$

III. $\phi \in P(P(A))$

A) VVV B) VVF C) VFV

D) FVV E) FFV

$$\boxed{X \in P(A) \Leftrightarrow X \subset A}$$

Resolución:

$A = \{1; \{1\}; \varnothing\}$

I (F)

$n(A) = 3 \rightarrow n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$

II (V)

$\{\varnothing\} \in P(A) \Leftrightarrow \{\varnothing\} \subset A$ ✓

III (V)

$\varnothing \in P(P(A)) \Leftrightarrow \varnothing \subset P(A)$ ✓

RPTA: FVV

10. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I, $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$

II. Si $A \cap B^C = \phi$, entonces $A \setminus B = A$

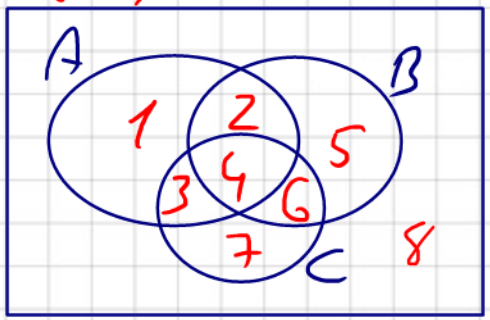
III. Si $C = (A \setminus B) \cap B$, entonces $[(B \setminus A) \cup C] \cup A = A \cup B$

A) FVF B) VFV C) FVV

D) VVV E) VFF

Resolución

I (V)



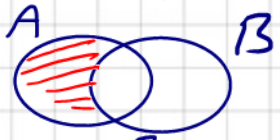
$$\underbrace{\{1;3\} \cap \{1;2\}}_{\{1\}} \qquad (A-B)\cap(A-C) = \underbrace{A-(B\cup C)}_{\{1\}}$$

II (F)

Si $A \cap B^C = \emptyset \rightarrow A - B = \emptyset$

III (V)

Si $C = (A-B)\cap B$



$\rightarrow C = \emptyset$

Luego $\underbrace{\underbrace{[(B-A)\cup C]}_{\emptyset}\cup A}_{(B-A)\ \ A\cup B}$

RPTA: VRV

12. Determine el valor de verdad de de:

I. $\exists\, x \in \mathbb{R} \,/\, x > x^2$

II. $\forall\, x \in \mathbb{N}: |-x| > \sqrt{x}$

III. $\forall\, x \in \mathbb{Z} : x^3 > x$

A) VFF B) VFV C) VVF

D) VVV E) FVF

Resolución:

I $\exists\, x \in \mathbb{R} / x > x^2$ (V)

porque cumple para $x = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ ✓

II $\forall\, x \in \mathbb{N} : |-x| > \sqrt{x}$ (F)

No cumple para $x = 1$

$|-1| > \sqrt{1}$

$1 > 1$ ✗

14. En el departamento de control de calidad una fábrica de micro chips se consideran tres defectos A, B y C como las más importantes. Se eligen al azar 200 productos y se observan que:

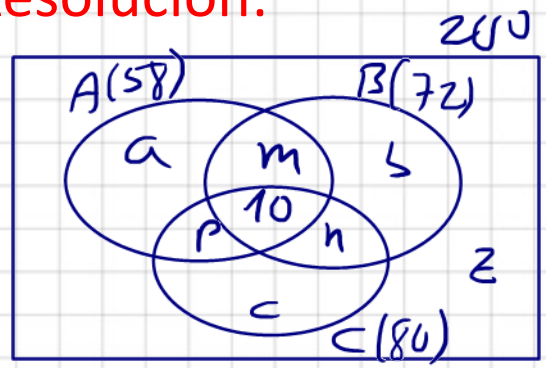
- 58 presentan el defecto A.
- 72 presentan el defecto B.
- 80 presentan el defecto C.
- 100 productos presentan exactamente un defecto.
- 10 productos presentan los tres defectos.

¿Cuántos productos presentan al menos un defecto?

A) 100 B) 130 C) 140

D) 150 E) 160

Resolución:



* $a+b+c=100$
* Sea $m+n+p=y$

Se cumple

* $100+y+10+z=200 \rightarrow y+z=90$
* $\underbrace{n(A)+n(B)+n(C)}=210$

$100+2y+3(10)=210 \rightarrow y=40$

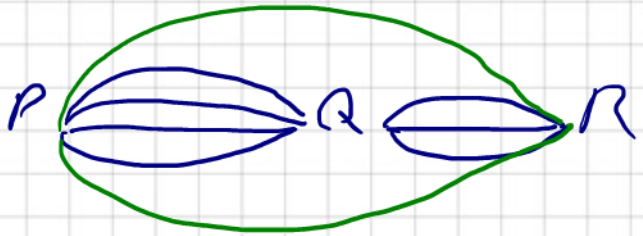
Piden

$\underbrace{a+b+c}_{100}+\underbrace{m+n+p}_{40}+10=150$

16. Para ir de la ciudad P a la ciudad Q hay 4 caminos diferentes y para ir de la ciudad Q a la ciudad R hay 3 caminos diferentes, también hay 2 caminos diferentes para ir directamente de P a R. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de P a R?

A) 12 B) 14 C) 18
D) 24 E) 28

Resolución:



1° Forma: PQR ⇒ #mcn = 4 · 3 = 12

2° Forma: PR ⇒ #mcn = 2

∴ Total: 12 + 2 = 14

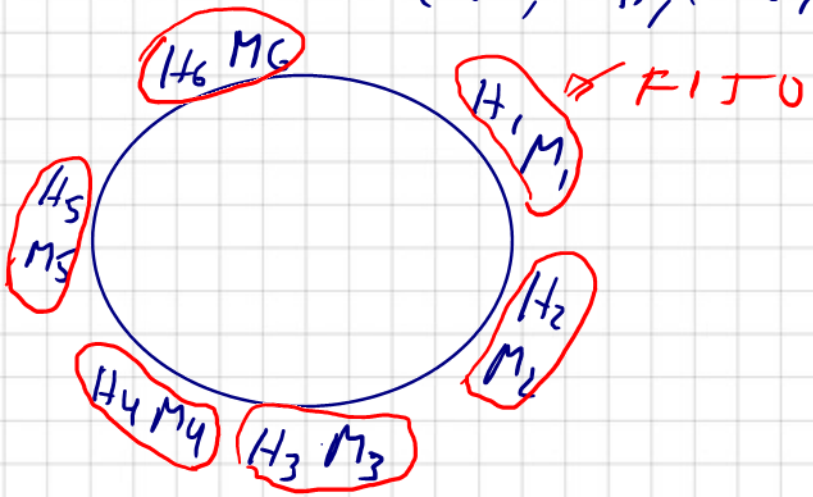
18. Seis matrimonios asisten a una cena. Si los miembros de cada matrimonio se mantienen siempre juntos, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden sentar alrededor de una mesa circular?

A) 480 B) 980 C) 3360

D) 6442 E) 7680

Resolución:

Matrimonios: $(H_1;M_1)$; $(H_2;M_2)$; $(H_3;M_3)$ $(H_4;M_4)$; $(H_5;M_5)$; $(H_6;M_6)$



$\#mcn = 5! \cdot 2^6 = 120 \cdot 64$

$\#mcn = 7680$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS